

# INZICHT IN ZICHT



**IRENE VAN STIPHOUT, SASKIA VAN BOVEN, GEEKE BRUIN-MUURLING**

# WARMING UP



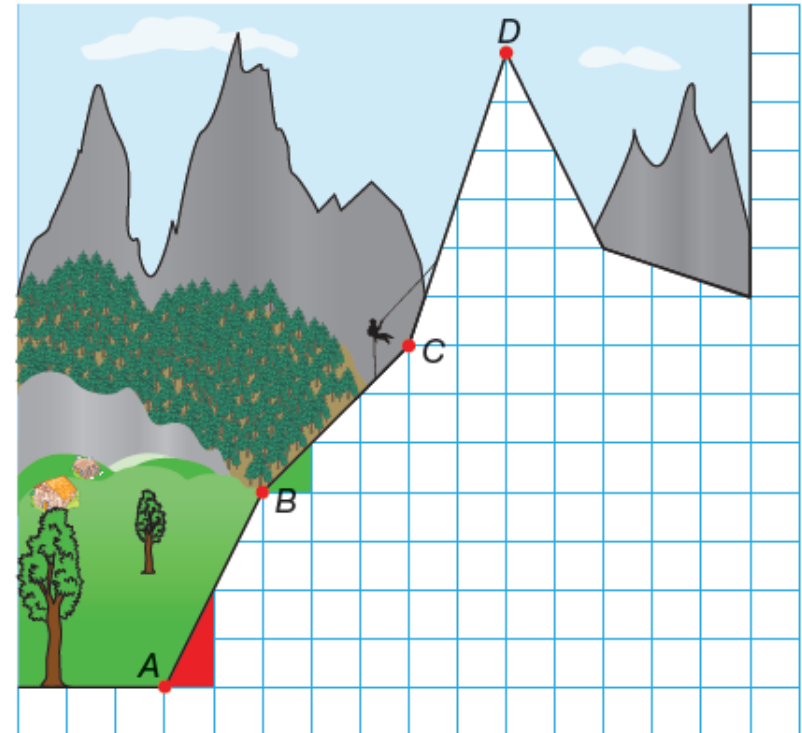
# WAT LEER JE HIER?

**O 13** Floris heeft een spreekbeurt over bergbeklimmen. Op het ruitjesbord heeft hij een berg getekend. Hij wijst op de steilheid van de stukken  $AB$ ,  $BC$  en  $CD$ .

a Welk stuk is het steilst?

De steilheid van het stuk  $AB$  geeft hij aan met '1 naar rechts en 2 omhoog'. Zie de rode driehoek.

b Hoe geeft Floris de steilheid van het stuk  $BC$  aan? En hoe de steilheid van het stuk  $CD$ ?



figuur 5.5

**ZO KIJKEN ANDEREN**

# SOAP?!



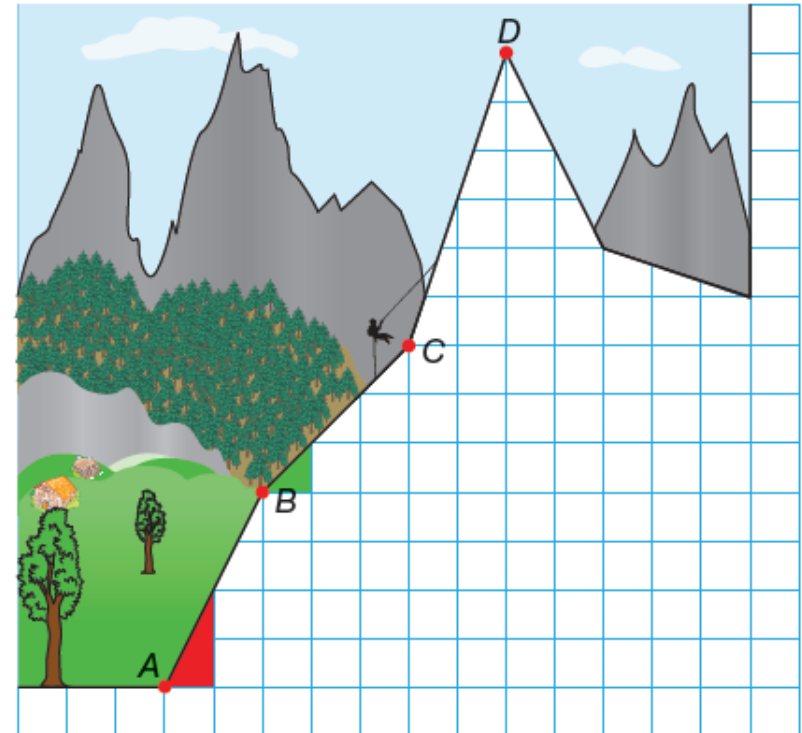
# WAT GEEF JE WEG?

**O 13** Floris heeft een spreekbeurt over bergbeklimmen. Op het ruitjesbord heeft hij een berg getekend. Hij wijst op de steilheid van de stukken  $AB$ ,  $BC$  en  $CD$ .

a Welk stuk is het steilst?

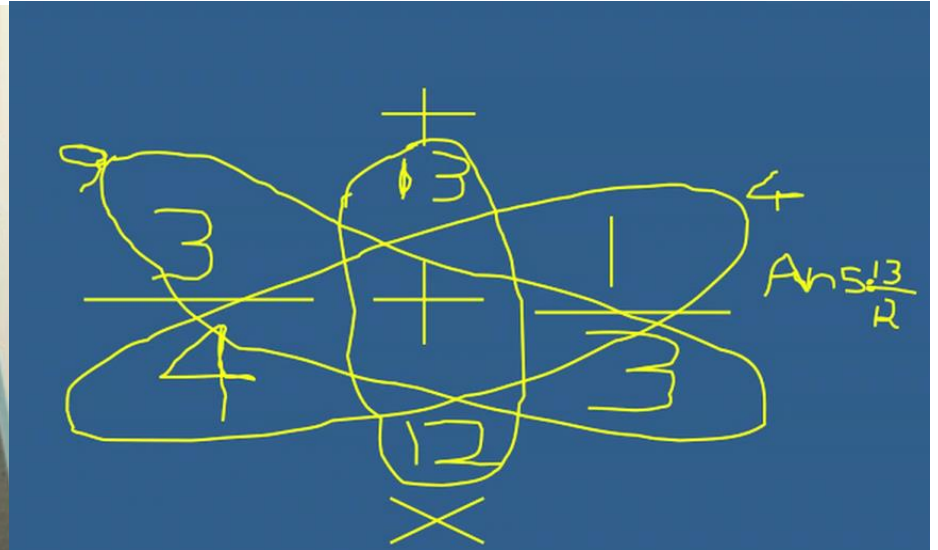
De steilheid van het stuk  $AB$  geeft hij aan met '1 naar rechts en 2 omhoog'. Zie de rode driehoek.

b Hoe geeft Floris de steilheid van het stuk  $BC$  aan? En hoe de steilheid van het stuk  $CD$ ?



figuur 5.5

# PHIL DARO



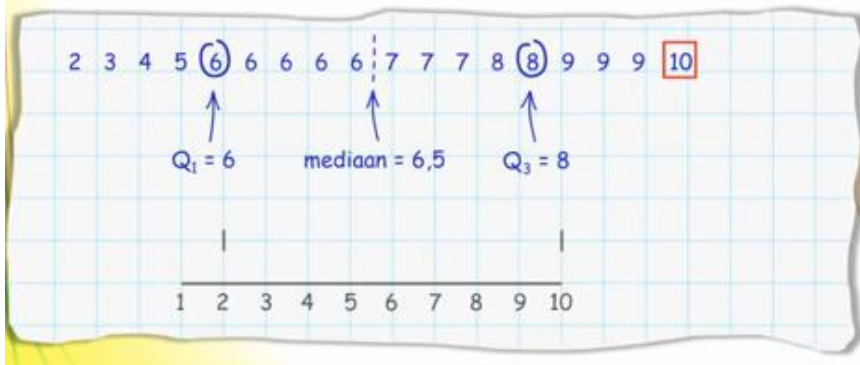
**“How can I teach my kids to get the answer to this problem?”**

# RECEPTWISKUNDE

## Stappenplan Boxplot tekenen bij een serie waarnemingsgetallen

6 7 4 9 6 2 8 6 9 6 8 9 7 3 10 5 6 7

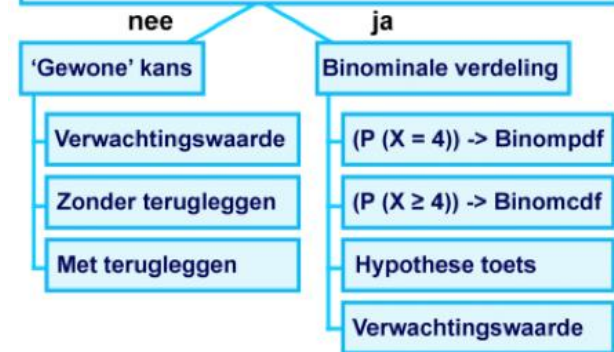
- 1 Zet de getallen in volgorde van grootte.
- 2 Splits de rij in twee even grote groepen en bepaal de mediaan.
- 3 Bepaal van elke helft de mediaan.
- 4 Teken een getallenlijn en de boxplot.



### Stappenplan:

1. Werk de haakjes weg.
2. Zorg dat alle 'losse' getallen aan de rechterkant van het = - teken komen te staan.
3. Zorg dat alle variabelen (letters) aan de linkerkant van het = - teken komen te staan.
4. Zorg dat je aan de linkerkant 1 x een letter hebt staan. bv. x, a, b of d, enz.

Voldoet het aan de volgende voorwaarden?:  
 I Er zijn twee mogelijkheden: (succes / mislukking)  
 II De kans (p) blijft gelijk  
 III Je doet n keer hetzelfde experiment



## Stappenplan werkwijze kettingregel

Als je stapsgewijs te werk gaat, houd je makkelijker het overzicht om de afgeleide m.b.v. de kettingregel snel te vinden.

Stappenplan kettingregel:

1. Bepaal de buitenste functie f en de binnenste functie g.
2. Vervang g(x) door u en druk y uit in termen van u:

$$y = f(g(x)) \Rightarrow y = f(u)$$

3. Bepaal:

$$\frac{dy}{du} \text{ en } \frac{du}{dx}$$

4. Vervang u weer door g(x) in dy/du, om dy/dx te verkrijgen.



# VER- KO- KE- RING

## Vermenigvuldigen

Bij het vermenigvuldigen van breuken kun je verschillende gevallen onderscheiden.

- **Breuk maal geheel getal**

$\frac{2}{3} \times 600$  betekent  $\frac{2}{3}$  deel van 600:  $2 \times (\frac{1}{3} \times 600) = 2 \times 200 = 400$

- **Geheel getal maal breuk**

$6 \times \frac{3}{4}$  komt overeen met herhaald optellen:

$$6 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{18}{4} = 4\frac{2}{4} = 4\frac{1}{2}$$

Je kunt het ook omkeren en 'breuk maal geheel getal' doen.

- **Stambreuk maal stambreuk**

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ : 'de helft van  $\frac{1}{3}$ '. Je verdeelt een lijnstuk met lengte  $\frac{1}{3}$  in twee gelijke stukken. Elk stuk is  $\frac{1}{6}$ .

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ : 'een derde van  $\frac{1}{2}$ '. Je verdeelt een lijnstuk met lengte  $\frac{1}{2}$  in drie gelijke stukken. Elk stuk is  $\frac{1}{6}$ .

- **Stambreuk maal echte breuk**

Ga over op stambreuken:  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1}{5} = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

- **Echte breuk maal echte breuk**

Ga weer over op stambreuken:  $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = 2 \times \frac{1}{3} \times 7 \times \frac{1}{5} = 2 \times 7 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = 14 \times \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$

Of korter:  $\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$

Dit is de bekende regel: *teller maal teller en noemer maal noemer*.

- **Gemengd getal maal gemengd getal**

Als echte breuk schrijven en dan vermenigvuldigen:

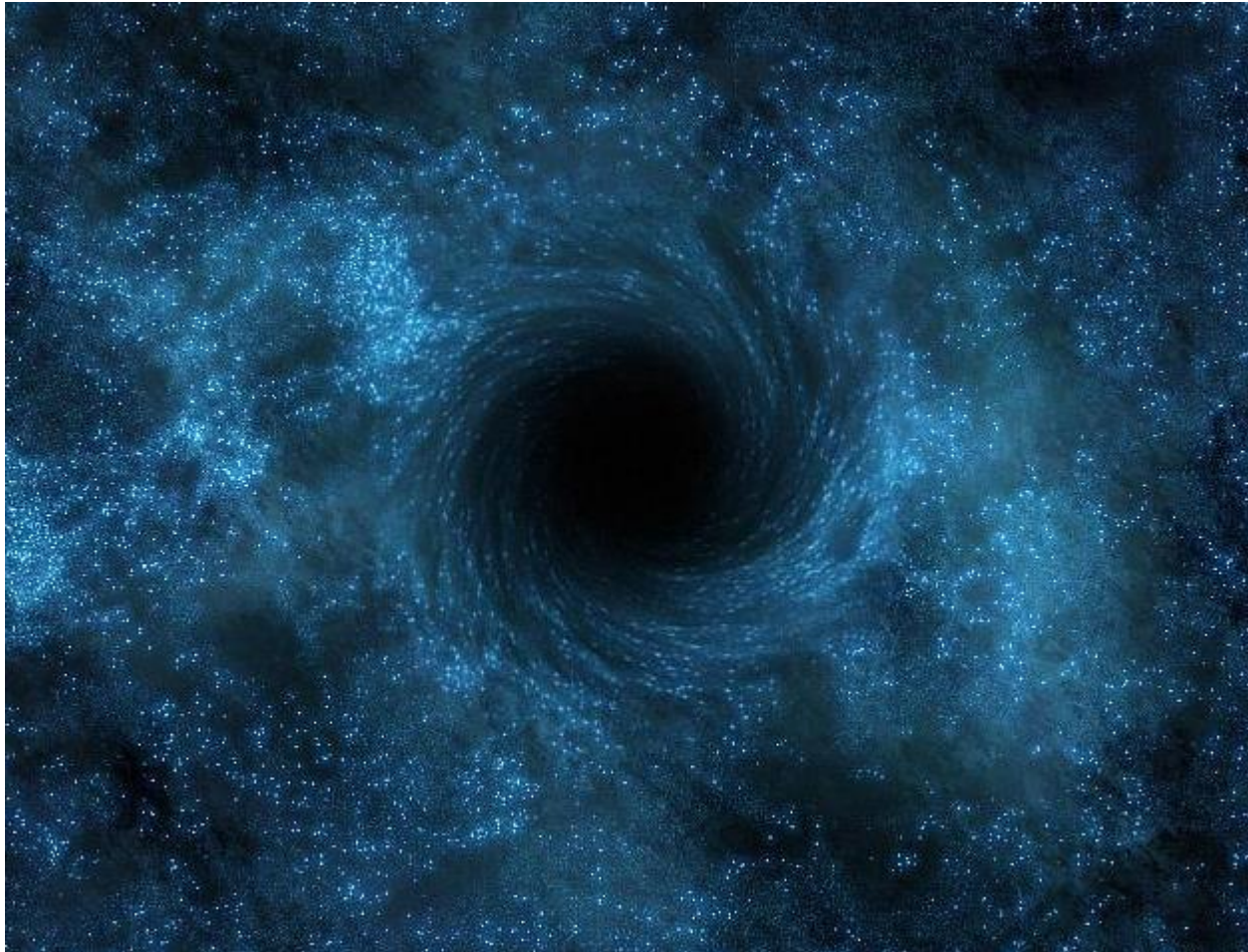
$$2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$$

- **Let op!**

Kijk altijd eerst of het makkelijker kan!

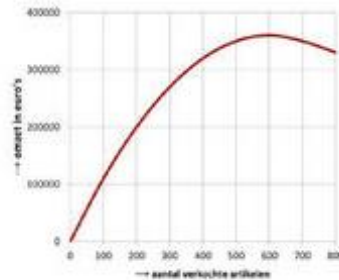
$$6 \times 2\frac{1}{3} = 6 \times 2 + 6 \times \frac{1}{3} = 12 + 2 = 14 \text{ en } 12 \times 2\frac{1}{2} = 6 \times 5 = 30$$

# ANSWER GETTING



# SPAGAAT

Rekentests HAVO/VWO  
3F 2012 Vraag 31 van 60



Als van een artikel de prijs lager wordt, worden er meer van verkocht.  
Ook de omzet (hoeveel geld kosten alle verkochte artikelen samen) kan dan veranderen.

In de grafiek is de omzet weergegeven bij verschillende aantallen verkochte artikelen.

**Wat is de prijs van één artikel als de omzet € 200 000,- is?**

€ 1000

## Standpunt 4

Kernconcepten in het wiskundeonderwijs van havo en vwo zijn getal, formule, functie, verandering, ruimte en toeval. Centrale denkactiviteiten zijn modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen. Deze kernconcepten, denkactiviteiten en de bijbehorende vaardigheden moeten als lange leerlijnen door het gehele programma van havo-vwo lopen.

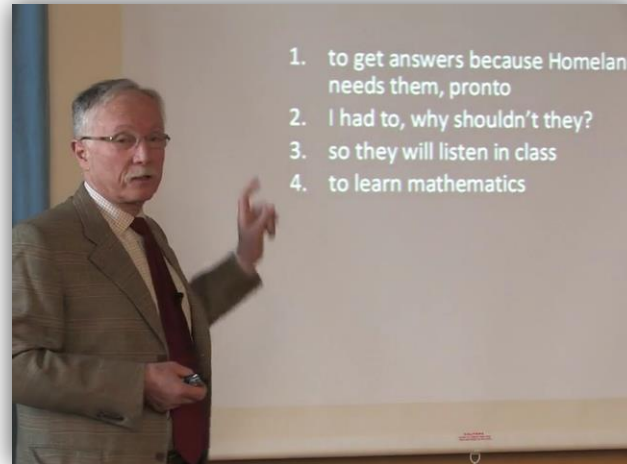


# 4

# **ZELF KIJKEN**

**in de boeken**

# EEN ANDER PERSPECTIEF



**“How can I teach my kids to get the answer to this problem?”**

**versus**

**“What is the mathematics they are supposed to learn, working on this problem?”**

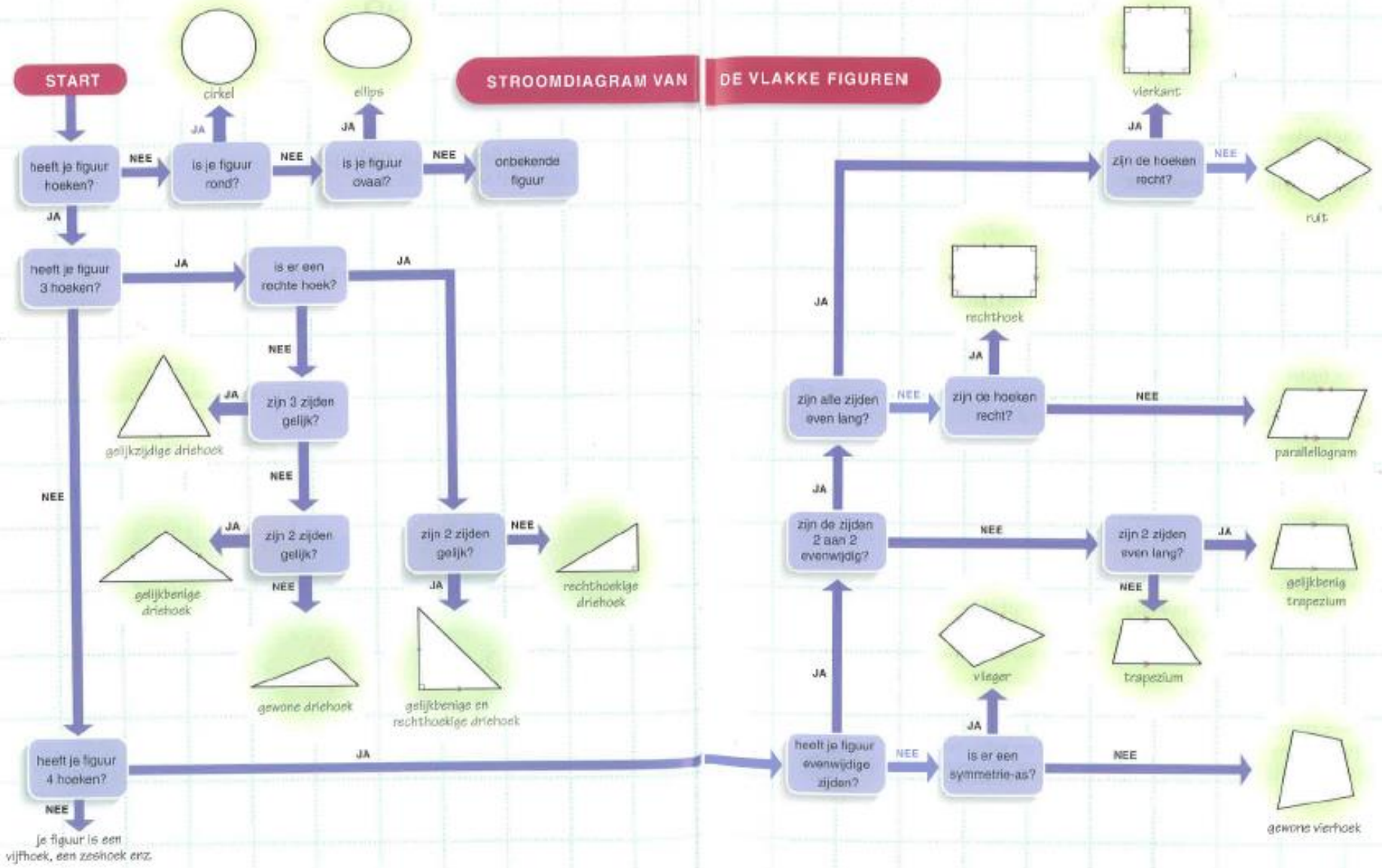
# OPDRACHT

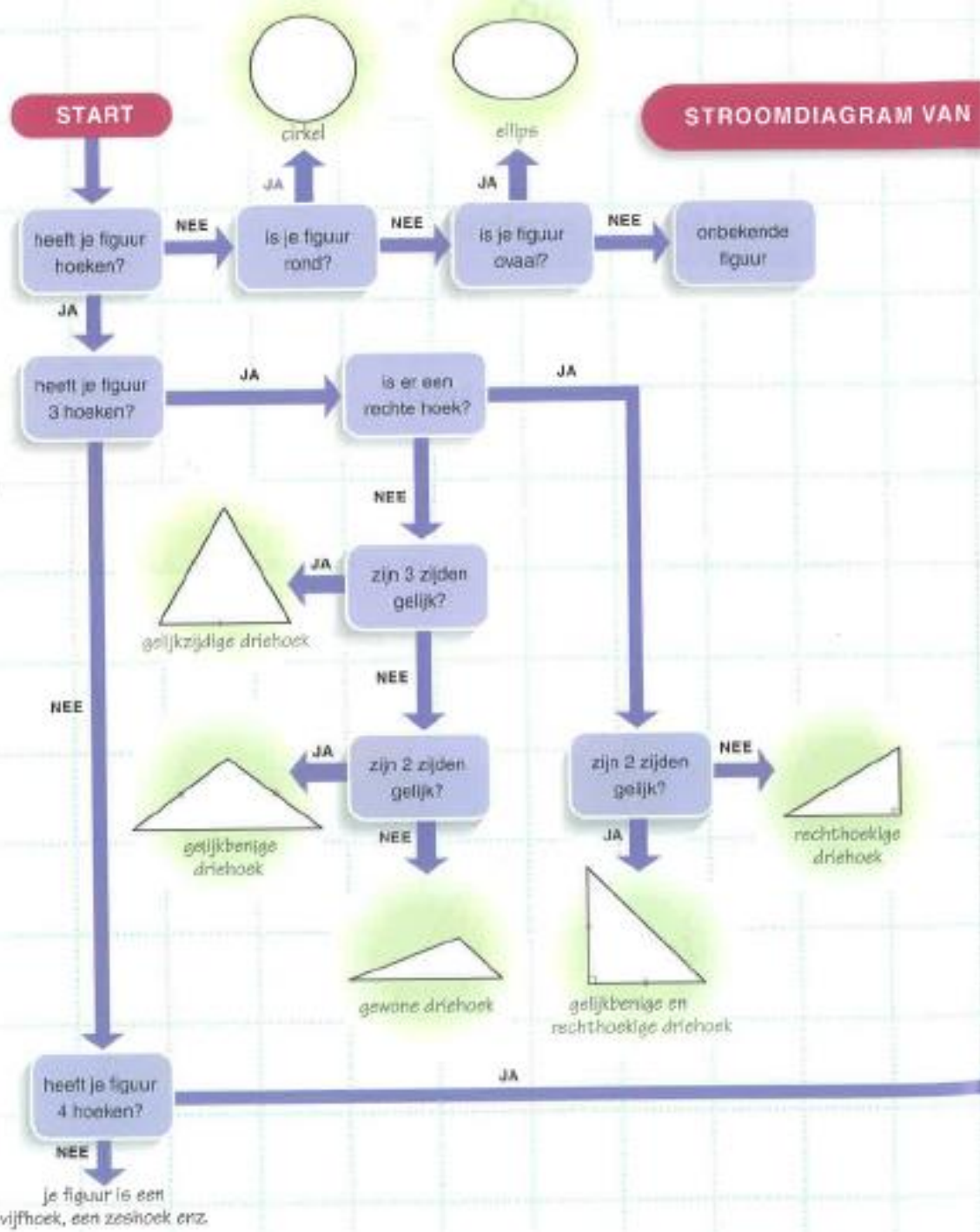
Beantwoord de volgende vragen bij de voorbeelden:

- **Is hier sprake van answer getting?**
- **Wat is de onderliggende wiskunde *die ze zouden moeten leren?***
- **Hoe zorg je daarvoor?**



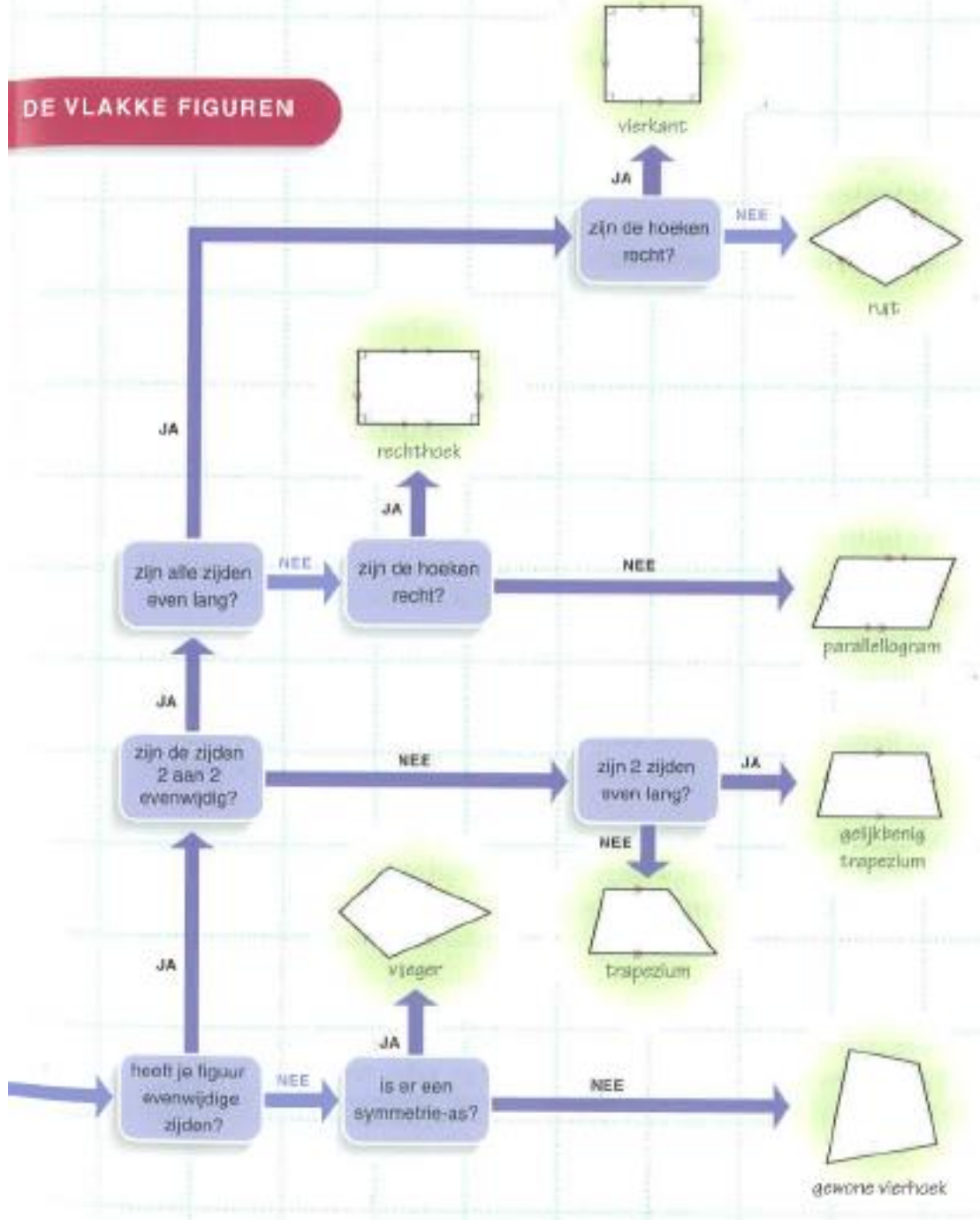
## STROOMDIAGRAM VAN DE VLAKKE FIGUREN



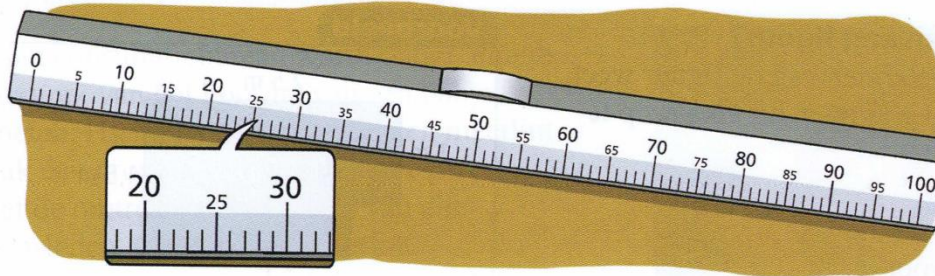




# DE VLAKKE FIGUREN



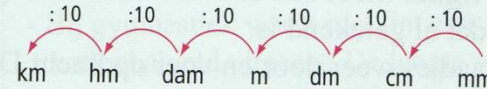
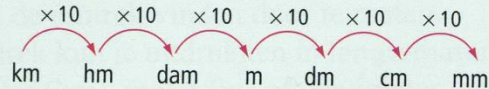
# METRIEK STELSEL



- 19 Deze liniaal is 1 meter lang. Hij is verdeeld in centimeters.
- In hoeveel centimeters is de liniaal verdeeld?
  - Vul in:  $1\text{ m} = \dots\text{ cm}$

## Theorie

Bij het **omrekenen van lengtematen** kun je de volgende schema's gebruiken.



## Voorbeeld

12 km = ... m  
Kijk naar **km** en ga dan naar **m**.  
Je gaat drie stappen naar rechts.  
 $12 \times 10 \times 10 \times 10 = 12\ 000$   
Dus 12 km = 12 000 m

## Voorbeeld

2400 cm = ... m  
Kijk naar **cm** en ga dan naar **m**.  
Je gaat twee stappen naar links.  
 $2400 : 10 : 10 = 24\text{ m}$   
Dus 2400 cm = 24 m

# MACHTEN

T  
H  
E  
O  
R  
I  
E

Bij het rekenen met groeifactoren gelden de volgende regels:

$$g^0 = 1 \quad g^{-p} = \frac{1}{g^p} \quad g^p \cdot g^q = g^{p+q} \quad (g^p)^q = g^{p \cdot q}$$

Hierbij is  $g$  een positief getal.

## Voorbeeld

$$5^0 = 1$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^0 = 1$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

$$4^5 \cdot 4^{-3} = 4^2 = 16$$

$$2^4 \cdot 2^a = 2^{4+a}$$

$$(3^{\frac{1}{6}})^4 = 3^{\frac{4}{6}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

## Voorbeeld

Herschrijf  $N(t) = 5 \cdot 3^{4t+2}$  in de vorm van  $N(t) = b \cdot g^t$

### Oplossing

$$N(t) = 5 \cdot 3^{4t+2}$$

$$= 5 \cdot 3^{4t} \cdot 3^2$$

$$= 5 \cdot 3^2 \cdot (3^4)^t$$

$$N(t) = 45 \cdot 81^t$$

**V-7** Herschrijf in de vorm  $N(t) = b \cdot g^t$ .

**a**  $N(t) = 2^{3+t}$

**b**  $N(t) = 15 \cdot 2^{t+4}$

**c**  $N(t) = 0,49 \cdot 10^{2-2t}$

**d**  $N(t) = 3^{-2+3t}$

**e**  $N(t) = 4^{\frac{1}{2}t-2}$

# VERBANDEN

**T-4** Zoek uit in welke tabellen hieronder  $x$  en  $y$  recht evenredig zijn en in welke tabellen  $x$  en  $y$  omgekeerd evenredig zijn. Geef bij de tabellen bij een omgekeerd evenredig verband drie verschillende formules en bij de andere tabellen één bijbehorende formule.

**a**

$x$	3	6	9	12
$y$	14	28	42	56

**b**

$a$	0,3	0,5	2	4
$b$	20	12	3	1,5

**c**

$x$	0	4	12	28
$y$	1	11	31	71

**d**

$x$	2	3	4	5
$y$	60	40	30	24

*Deze opdracht hoort bij paragraaf 1-4.*

# TANGENS

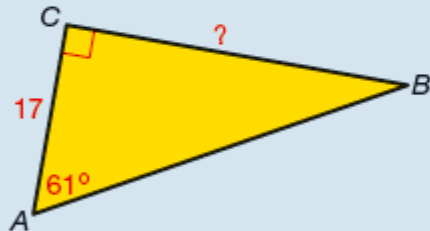
## Theorie B

### Zijden berekenen in een rechthoekige driehoek

In de vorige opgaven heb je hoeken berekend. Je kunt met de tangens ook zijden berekenen. Er zijn twee situaties.

#### Situatie I

De aanliggende rechthoekszijde is gegeven.  
Bereken de overstaande rechthoekszijde in één decimaal nauwkeurig.

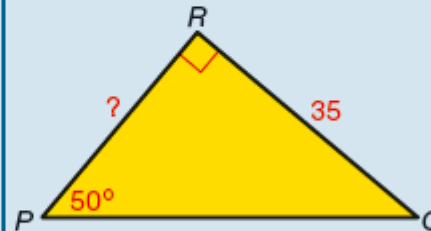


$$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AC} \text{ geeft } \frac{\tan(61^\circ)}{1} \mid \frac{BC}{17}$$

$$BC = 17 \times \tan(61^\circ) \approx 30,7$$

#### Situatie II

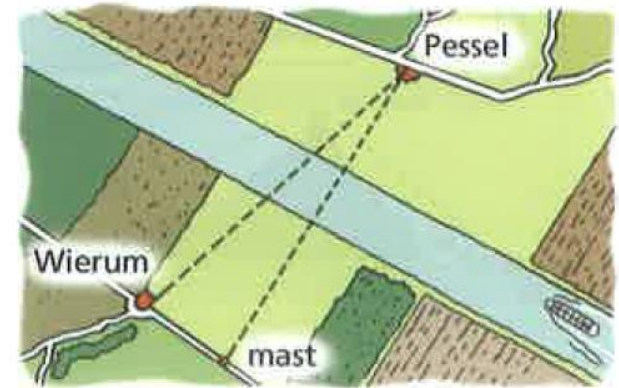
De overstaande rechthoekszijde is gegeven.  
Bereken de aanliggende rechthoekszijde in één decimaal nauwkeurig.



$$\tan(\angle P) = \frac{QR}{PR} \text{ geeft } \frac{\tan(50^\circ)}{1} \mid \frac{35}{PR}$$

$$PR = \frac{1 \times 35}{\tan(50^\circ)} \approx 29,4$$

# GONIOMETRIE



- 26** De plaatsen Wierum ( $W$ ) en Pessel ( $P$ ) liggen aan verschillende oevers van een brede rivier. Leerlingen van een school uit Wierum willen de afstand tussen Wierum en Pessel berekenen. Ze meten de afstand van de kerktoren in Wierum tot een grote mast ( $M$ ) en vinden  $WM = 120$  meter. Vervolgens meten ze de hoeken op. Dat geeft  $\angle MWP = 78^\circ$  en  $\angle WMP = 84^\circ$ .
- Maak een schets van de situatie en teken een geschikte hoogtelijn.
  - Bereken de afstand van Pessel naar Wierum.



# VARIABELEN

## Theorie

Allerlei situaties in het dagelijks leven hangen af van meer dan twee factoren. Bij zulke situaties horen **formules met meer dan twee variabelen**.

Bij een formule met meer dan twee variabelen kun je de waarde van één variabele berekenen als de andere variabelen bekend zijn.

## Voorbeeld

De contributie van een tafeltennisvereniging is te berekenen met de formule  $C = 87p + 45q$ . Hierin is  $p$  de contributie voor een seniorlid en  $q$  de contributie voor een juniorlid. De huidige contributie bedraagt € 200,- voor een seniorlid en € 105,- voor een juniorlid. De vereniging wil met het bestaande aantal leden de contributie-inkomsten verhogen tot € 24.000,-. Welk bedrag moeten de seniorleden gaan betalen om dit te bereiken, als het bedrag voor de juniorleden niet wordt verhoogd? De vereniging kan het bedrag van € 24.000,- ook bereiken door alleen de contributie voor de juniorleden te verhogen. Hoeveel zouden de juniorleden moeten gaan betalen? De vereniging besluit om beide contributiebedragen aan te passen. De contributie voor de juniorleden wordt € 115,-. Wat wordt de nieuwe contributie voor de senioren?

- 20** Een tafeltennisvereniging heeft 87 seniorleden en 45 juniorleden. De contributie die de vereniging van deze leden ontvangt wordt berekend met de formule  $C = 87p + 45q$ . Hierin is  $p$  de contributie voor een seniorlid en  $q$  de contributie voor een juniorlid. Alle bedragen zijn in euro's. De huidige contributie bedraagt € 200,- voor een seniorlid en € 105,- voor een juniorlid.
- De vereniging wil met het bestaande aantal leden de contributie-inkomsten verhogen tot € 24.000,-. Welk bedrag moeten de seniorleden gaan betalen om dit te bereiken, als het bedrag voor de juniorleden niet wordt verhoogd?
  - De vereniging kan het bedrag van € 24.000,- ook bereiken door alleen de contributie voor de juniorleden te verhogen. Hoeveel zouden de juniorleden moeten gaan betalen?
  - De vereniging besluit om beide contributiebedragen aan te passen. De contributie voor de juniorleden wordt € 115,-. Wat wordt de nieuwe contributie voor de senioren?

# **ZELF KIJKEN**

**in je omgeving**



# STATISTIEK NU

Hieronder zie je het aantal uren dat per week tv wordt gekeken door 30 leerlingen uit 4 havo.

- Verdeel de gegevens in gelijke klassen en maak een histogram
- Wat is het gemiddelde aantal uren dat tv wordt gekeken?
- Wat is de modus?
- Hoeveel leerlingen kijken meer dan gemiddeld tv?

<i>1.5</i>	<i>21</i>	<i>12.5</i>	<i>0</i>	<i>2.5</i>	<i>15</i>	<i>23</i>	<i>19</i>	<i>4</i>	<i>14</i>
<i>8</i>	<i>16</i>	<i>13.5</i>	<i>16.5</i>	<i>6</i>	<i>4.5</i>	<i>9</i>	<i>18</i>	<i>5</i>	<i>10.5</i>
<i>8.5</i>	<i>6</i>	<i>3</i>	<i>9</i>	<i>11.5</i>	<i>3.5</i>	<i>19.5</i>	<i>13</i>	<i>10</i>	<i>9</i>

# STATISTIEK

Hieronder zie je het aantal uren dat per week tv wordt gekeken door 30 leerlingen uit 4 havo. De corrector heeft jou gevraagd om deze gegevens samen te vatten en te presenteren op een manier zodat ouders deze snel kunnen begrijpen als ze op de website van de school worden gepresenteerd.

<i>1.5</i>	<i>21</i>	<i>12.5</i>	<i>0</i>	<i>2.5</i>	<i>15</i>	<i>23</i>	<i>19</i>	<i>4</i>	<i>14</i>
<i>8</i>	<i>16</i>	<i>13.5</i>	<i>16.5</i>	<i>6</i>	<i>4.5</i>	<i>9</i>	<i>18</i>	<i>5</i>	<i>10.5</i>
<i>8.5</i>	<i>6</i>	<i>3</i>	<i>9</i>	<i>11.5</i>	<i>3.5</i>	<i>19.5</i>	<i>13</i>	<i>10</i>	<i>9</i>

# **SAMENVATTEND**

# TIPS

